

dello spostamento che sarebbe richiesto per riportare la particella al suo punto di partenza.

43. Il vettore  $\mathbf{a}$  giace nel piano  $xy$  formando un angolo di  $63^\circ$  misurato dal semiasse positivo delle  $x$ , ha una componente  $z$  positiva e modulo di 3,20 unità. Il vettore  $\mathbf{b}$  giace nel piano  $xz$  formando un angolo di  $48^\circ$  misurato dal semiasse positivo delle  $x$ , ha una componente  $z$  positiva e modulo di 1,40 unità. Si trovi (a)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , (b)  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  e (c) l'angolo compreso fra  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .

44. Un uomo parte dall'origine di un sistema di coordinate  $xyz$  con il piano  $xy$  orizzontale e l'asse  $x$  verso est, cammina per 1000 m in direzione est, 2000 m in direzione nord e quindi estrae una moneta dalla tasca e la lascia cadere da un'altura di 500 m di altezza. (a) Scrivete un'espressione, usando vettori unitari, per lo spostamento della moneta, dalla casa al suo punto di atterraggio. (b) L'uomo infine ritorna alla porta di casa, seguendo un percorso diverso da quello di andata. Quale è lo spostamento risultante per tutto il giro che ha compiuto?

45. Trovare l'angolo compreso tra due diagonali di un cubo di spigolo lungo  $a$ . Vedere il problema 17.

46. Se  $\mathbf{a} - \mathbf{b} = 2\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = 4\mathbf{c}$  e  $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ , che cosa sono (a)  $\mathbf{a}$  e (b)  $\mathbf{b}$ ?

47. È stata compiuta una rapina in una banca nella città di Boston (vedi la mappa nella figura 3.35). Per eludere la polizia i ladri sono fuggiti in elicottero, percorrendo in volo tre tratte, descritte con i seguenti spostamenti: 32 km in direzione di  $45^\circ$  a sud rispetto a est; 53 km in direzione di  $26^\circ$  a nord rispetto a ovest; 26 km in direzione di  $18^\circ$  a est rispetto al sud. Alla fine del terzo volo furono catturati. In che città sono stati catturati? (Si usi il metodo geometrico per sommare questi spostamenti sulla carta).

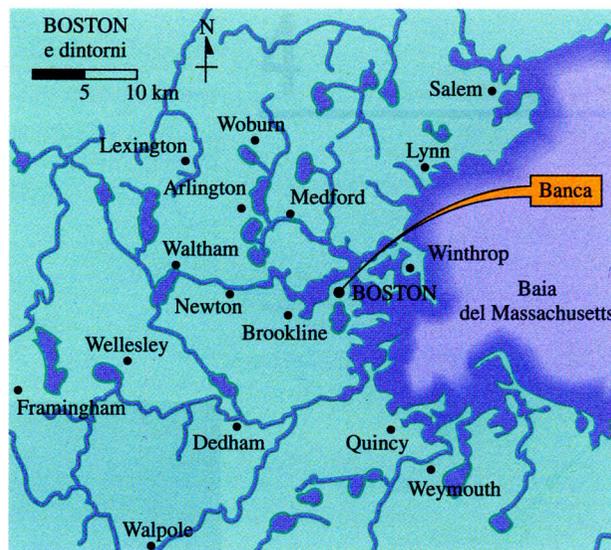


Figura 3.35 Problema 47.

48. Si dimostri che  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$  vale zero per qualsiasi coppia di vettori  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ . (b) Qual è il valore di  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ , se l'angolo  $\phi$  compreso fra le direzioni di  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  è diverso da zero?

49. Si dimostri che l'area del triangolo compreso tra i vettori  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  e il segmento rosso della figura 3.36 vale  $\frac{1}{2} |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ .

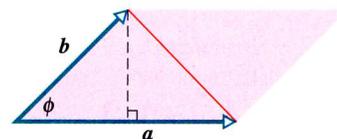


Figura 3.36 Problema 49.